

السؤال الأول: ليكن لدينا السلاسل والجاءات التالية:

$$S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ 3 \left( \frac{2}{\pi} \right)^n - \frac{12(-1)^n}{(2n+1)!} (\pi)^{2n+1} \right], \quad S_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 - \cos^2(n-1)}, \quad S_3 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} (x-3)^n.$$

$$P_1 = \prod_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n^2 + 3n + 1}{n(n+3)} \right), \quad P_2 = \prod_{n=1}^{\infty} \left( \arcsin \frac{n^2}{(n+3)} + \arccos \frac{n^2}{(n+3)} \right)^{\frac{1}{n}}.$$

المطلوب:

١- ادرس تقارب السلسلتين الأولى والثانية واحسب المجموع في حال التقارب.

٢- لوجد المنطقة النهائية لتقارب سلسلة الثالثة.

٣- ادرس تقارب الجداء الأول واحسب حاصل الجداء الثاني.

السؤال الثاني: ليكن لدينا الدوال التالية:

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \operatorname{Arccosh} x, \\ g(x) &= (\arcsin x)^x, \end{aligned} \right\} h(x) = \begin{cases} \ln(e - \tan \arcsin x) & ; x > 0 \\ 2 & ; x = 0 \\ g(x) & ; x < 0 \end{cases}$$

المطلوب:

١- لوجد مشتق الدالة  $f(x)$  بطريقتين.

٢- احسب نهاية الدالة الثانية عندما  $(x \rightarrow 0)$  لـ:  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ .

٣- لوجد  $\tan(\arcsin x)$  بدلالة متحوله ، بطريقتين.

٤- ثم عين نوع نقطة الانقطاع إن وجدت للدالة الثالثة.

٥- انكر منحنيين شهيرين أحدهما وسيطي والآخر قطبي مع الرسم والمعادلات الموافقة.

انتهت الأسئلة

د. مصطفى حسن

حصص ٢٠١٨/١/١٤

مع تعديلي بالتوفيق

سليم درجات امتحان مقرر التحليل- ١- ف ١ حللنة الأولى-رياضيات- ٢٠١٧-٢٠١٨

الجواب الأول- ٤٥ :- (١) - ١٥ :-

$$S_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ 3 \left( \frac{\varphi}{\pi} \right)^n - \frac{12(-1)^n}{(2n+1)!} (\pi)^{2n+1} \right] = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ 3 \left( \frac{\varphi}{\pi} \right)^n \right] - \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{12(-1)^n}{(2n+1)!} (\pi)^{2n+1} \right]$$

$$= \frac{3\pi}{\pi - \varphi} - \sin \pi = \frac{3\pi}{\pi - \varphi} < \infty ; \varphi \approx 1.618 \Rightarrow S_1 \text{ is convergence.}$$

$$S_2 = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{n^2 - \cos^2(n-1)} ; \frac{n}{n^2 - \cos^2(n-1)} < \frac{n}{n^2} = \frac{1}{n}, \text{ but } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty.$$

هذه السلسلة متباعدة وبالتالي بحسب اختبار المقارنة (النسبة)، تكون السلسلة الثانية.

$$S_3 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{2^n} (x-3)^n ; R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[n]{\frac{n}{2^n}} \right)^{-1} = 2 \Rightarrow I = ]1, 5[ \quad : -10 - (2)$$

$$x=1 \Rightarrow S_3 = \sum_{n=0}^{\infty} n(-1)^n ; n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \infty \neq 0, \frac{n}{2^n} \geq \frac{n+1}{2^{n+1}} \xrightarrow{\text{ناتج}} S_3 = \infty$$

$$x=5 \Rightarrow S_3 = \sum_{n=0}^{\infty} n ; n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \infty \neq 0 \xrightarrow{\text{فول}} S_3 = \infty \Rightarrow I_f = ]1, 5[.$$

$$P_1 = \prod_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{1}{n(n+3)} \right) \xrightarrow{(\ast)} S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)} \Rightarrow a_n = \frac{1}{3} \left[ \frac{1}{n} - \frac{1}{(n+3)} \right] = \quad : -20 - (3)$$

$$S_N = \frac{1}{3} \left[ 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{N-3} - \frac{1}{N} + \frac{1}{N-2} - \frac{1}{(N+1)} + \frac{1}{N-1} - \frac{1}{(N+2)} + \frac{1}{N} - \frac{1}{(N+3)} \right]$$

$$= \frac{11}{18} \Rightarrow S \text{ is converge} \Rightarrow P_1 = \prod_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{1}{n(n+3)} \right) \text{ is so too.}$$

$$P_2 = \prod_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\pi}{2} \right)^{\frac{1}{n!}} \xrightarrow{+ \dots} S = \ln \frac{\pi}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} = \left( \ln \frac{\pi}{2} \right) e$$

$$\xrightarrow{+ \dots} P_2 = \ln \left( \frac{\pi}{2} \right)^e.$$

الجواب الثاني- ٥٥ :- (١) - ١٠ :-

$$y = f(x) = \operatorname{Arccosh} x \Rightarrow \operatorname{ch} y = x \Rightarrow y' \cdot \operatorname{sh} y = 1 \Rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{ch}^2 y - 1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$$



$$y = \operatorname{Arccsch} x = \ln|x + \sqrt{x^2 + 1}| \Rightarrow y' = \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

-٩- -٢

$$k = \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (\arcsin x)^x \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \ln k = \lim_{x \rightarrow 0} x \ln (\arcsin x) = 0 \cdot \infty$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \ln k = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln (\arcsin x)}{x^{-1}} = -\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{\arcsin x \sqrt{1-x^2}}}{x^{-2}} = -\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\arcsin x \sqrt{1-x^2}}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \ln k = -\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{1 - 2x \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}} = -\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2} - 2x \arcsin x} = 0$$

$$k = e^0 = 1$$

٣- عن نوع نقطة الانقطاع إن وجدت للدالة الثالثة، ١-

$$\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} h(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \ln(e - \tan \arcsin x) = 1 \neq h(0) = 2$$

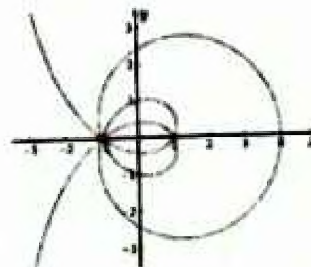
فهى نقطة انقطاع من النوع الأول.

$$\tan(\arcsin x) = \frac{\sin(\arcsin x)}{\cos(\arcsin x)} = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}, \quad \text{:- 10 - (4)}$$

$$\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{\sin u}{\sqrt{1-(\sin u)^2}} = \frac{\sin(\arcsin x)}{\cos(\arcsin x)} = \tan \arcsin x.$$

٥- انكر منحنين شهيرين أحدهما وسيطي والآخر قطبي مع الرسم والمعادلات الموافقة ١٦:-

$$x(r) = \frac{a \sin(m+n)}{\sin(m-n)}, \quad y(r) = \frac{2a \sin(m) \cdot \sin(n)}{\sin(m-n)}$$



حلزون فرمات (Fermat's spiral) بالمعادلة القطبية :  $r^2 = a^2(\theta)$



التيوت الأحياء

د. مصطفى حسن

حصص ٢٠١٨/١/